

基于信号先验知识的几种时频分析法

王 马世伟 邓家梅 曹家麟

(上海大学机电自动化学院自动化系, 上海 200072)

摘要 时频分析方法分为线性、二次型和自适应等多种方法, 它们提供了在时频二维平面上, 分析信号时变功率谱的有效手段。由于这些方法各有优缺点, 因此在实际应用中应根据被分析信号的先验知识, 对不同类型的信号采用不同的时频分析方法, 以取得对时频分辨率的均衡, 并尽可能抑制交叉项干扰。根据对一些典型信号模型, 分别按不同的时频分析方法进行的分析, 找出了适合于各信号模型的不同时频分析法。模拟分析结果证明, 对于时频汇聚性能较好的高斯类信号和跳频信号, 采用自适应方法可以取得较好的分析效果; 而对于频率随时间变化较大的调频类信号, 则采用 STFT 或 WVD 效果较好。同时还讨论了时频分析方法在图象分析与处理中的应用。

关键词 时频分析 信号 时频分辨率 交叉项干扰

中图法分类号: TN911.6 TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2001)01-0077-04

Some Methods of Time-Frequency Analysis Based on Previous Knowledge of Signal

WANG Zhe, MA Shi-wei, DENG Jia-mei, CAO Jia-lin

(School of Mechanical and Electric and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072)

Abstract The methods of time-frequency analysis include linear, quadratic and adaptive methods. They provide effective tools for analyzing signal time-varying spectrum in time-frequency plane. Each of them possesses its special advantages as well as disadvantages. Therefore, in practical applications, to make a balance in time and frequency resolution and to reduce cross-term interference, different methods should be employed to deal with different kinds of signals in terms of the signals' previous knowledge. In this paper, we analyzed some typical signal models via using different time-frequency analysis methods and found some effective methods that are suitable for these models. For examples, adaptive method is suitable for analyzing Gaussian-like or frequency-hopping signals, but STFT or WVD is suitable for chirp-like signals. We also discussed the applications of these methods on image analysis and processing.

Keywords Time-frequency analysis, Signal, Time-frequency resolution, Cross-term interference

0 引言

由于信号的时频分析法能够明确表示信号的时变频谱特性, 因而是分析时变非平稳信号的有力工具, 它们已经在语音和图象处理等领域得到了成功的应用^[1~6]。目前, 常用的时频分析方法有线性时频表示, 二次型(双线性)时频表示和自适应时频表示法等。其中, 线性时频表示法虽计算简单, 且无交叉

项干扰, 但受测不准原理^[2]的影响, 时频分辨率受到一定的限制, 不能同时达到最好; 而二次型时频表示则在满足时频边缘分布的条件下, 可以理解为能量密度的分布, 其时频分辨率一般较高, 但受交叉项干扰严重; 自适应时频表示虽能最大限度地适应某一类信号的变化, 可以达到较高的时频分辨率, 且无交叉项干扰, 但并不是所有的信号都可以用它来有效表示。

由于每一种时频分析法都有各自的优缺点和适

用范围,不能笼统地说一种方法优于另一种方法,因此,有必要基于信号的先验知识,对不同的信号采用不同的时频分析法.本文对一些典型的信号模型采用不同的分析法,通过分析和模拟计算,找出了适应于某类信号的有效时频分析方法.

2 基本理论

2.1 线性时频表示

(1) 短时傅立叶变换(STFT)和 Gabor 扩展 STFT 的定义为

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) h^*(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

其中 $s(\cdot)$ 是被分析信号, $h(\cdot)$ 为窗函数.

信号 $s(t)$ 的 Gabor 扩展定义为

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{m,n} h_{m,n}(t) \quad (2)$$

$$c_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \gamma_{m,n}^*(t) dt \quad (3)$$

其中,分析函数 $\gamma_{m,n}(t)$ 和综合函数 $h_{m,n}(t)$ 应满足如下的双正交条件

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_{m,n}(t) \gamma_{m,n}^*(t') = \delta(t - t') \quad (4)$$

即 STFT 和 Gabor 扩展可以认为是一个变换对.式中, $\delta(t - t')$ 为冲激函数

$$\delta(t - t') = \begin{cases} 1, & t = t' \\ 0, & t \neq t' \end{cases}$$

(2) 小波变换

连续小波变换定义为

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) h^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (5)$$

线性时频表示法具有计算方便,易于实现等优点,它们的模平方为相应的谱图,可以表示信号能量在时频平面的分布,其缺点是不能兼顾时域和频域均具有高的分辨率.

1.2 Cohen 类

Cohen 类是一类二次型时频表示,被解释为能量密度的分布.众所周知,若对一个信号 $s(t)$ 和其时移频移后的信号进行内积相关,则得到该信号的模糊函数,记作

$$AF(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

它反映了信号的时频分辨能力,由于人们总是期望 $|AF(\tau, \omega)|$ 在 (τ, ω) 平面的分布越集中越好,

因此需引入时基自相关函数 $R(t, \tau)$, 并将其定义为

$$R(t, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} AF(\omega, \tau) \Phi(\omega, \tau) e^{j\omega t} d\omega \quad (7)$$

其中, $\Phi(\omega, \tau)$ 是核函数.这里将时基功率谱定义为

$$P(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\omega \quad (8)$$

由式(8)可见,设计适当的核函数可以使二次型时频分布具有较好的时频分辨率. Cohen 类包括以下两种典型时频分布:

(1) Wigner-Ville 分布(WVD)

若 WVD 的核函数是 $\Phi(\omega, \tau) = 1$, 则由式(6)和式(7)可得

$$R(t, \tau) = s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2)$$

即可得到 WVD

$$WVD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (9)$$

这里 WVD 对于多分量信号会产生交叉项,由于 WVD 的核函数恒为 1,因而可使得自相关项和互相关项都毫无保留地通过.尽管自相关项高度集中,但交叉项干扰仍很严重.

(2) Choi-Williams 分布(CWD)

若 CWD 采用指数核函数

$$\Phi(\omega, \tau) = e^{-\alpha\omega^2\tau^2} \quad (10)$$

则由式(6)~式(8)以及式(10),即可得 CWD

$$CWD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha\tau^2}} e^{-\frac{(t-u)^2}{4\alpha\tau^2}} s\left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times s^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} du d\tau \quad (11)$$

这里,该核函数 $\Phi(0, 0) = 1$, 且对所有 $\omega \neq 0, \tau \neq 0$, $\Phi(\omega, \tau) < 1$. 这表明指数核函数能抑制由不同频率和时间中心两个函数所产生的交叉项,但抑制交叉项是以牺牲自相关项分辨率为代价的.

1.3 自适应时频表示

信号 $s(t)$ 可扩展为

$$s(t) = \sum_p B_p h_p(t) \quad (13)$$

其中,扩展系数 B_p 满足

$$|B_p|^2 = \max_{h_p} |\langle s_p(t), h_p(t) \rangle|^2 \quad (14)$$

如果选择基函数 $h_p(t)$ 为高斯函数

$$h_p(t) = \left(\frac{\pi}{\alpha_p}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\alpha_p}{2}(t-t_p)^2} e^{j\omega_p t} \quad (15)$$

则相应的自适应谱图为

$$AS(t, \omega) = 2 \sum_p |B_p|^2 e^{-\alpha_p(t-t_p)^2 + \frac{1}{\alpha_p}(\omega-\omega_p)^2} \quad (16)$$

由此可见,该方法就是首先将信号在基信号集上作

自适应分解,然后通过分析基信号以及它们之间的关系,来达到信号分析的目的.一般采用自适应谱图即可得到较高的时频分辨率,且无交叉项干扰,但不足之处在于它的基函数是时频不变的,因此对时频平面的划分是一种格形分割,这样就导致对大多数的变频信号无法进行有效的自适应匹配.

2 模拟分析

本文通过对若干典型的信号模型各自用上述不同的方法进行了分析比较,这些信号模型包括高斯信号、线性和非线性调频信号、跳频信号、脉冲信号、

语音信号以及生物医学信号等.限于篇幅,文中只给出了几个典型的计算机仿真图示(见图 1,图 2).在各图中给出了信号波形和它的几种时频分布图形,并明确表明了信号的时变频谱特性和时频能量分布.各个时频分布图中横轴表示时间,纵轴表示频率,较重的阴影部分就是信号各个分量的能量集中区域,该部分越集中,边缘越清晰,则表明时频分辨率越高;而处于重阴影之间的较为模糊的部分为交叉项干扰.从图中可见,若对同一类信号采用不同的分析方法,所得到的时频分辨率和对交叉项干扰的抑制程度也不同;而不同的信号若采用同样的分析方法,其效果也有较大差异.

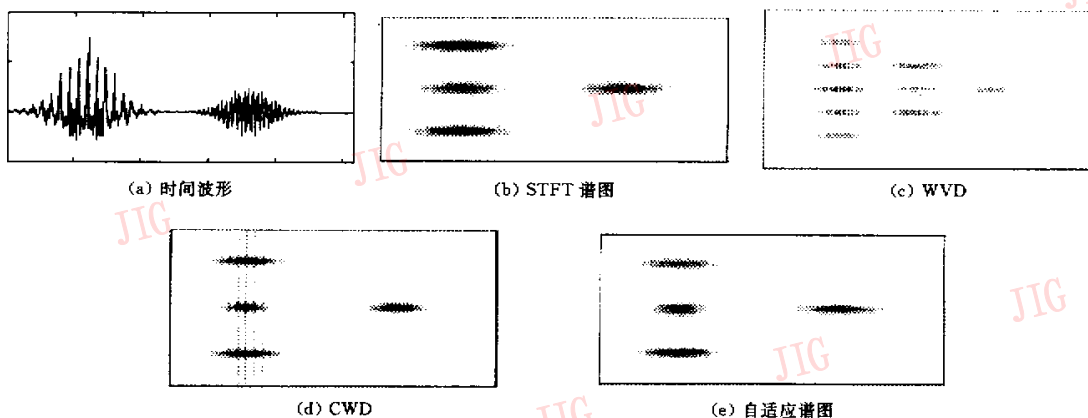


图 1 四高斯信号的各种时频分布

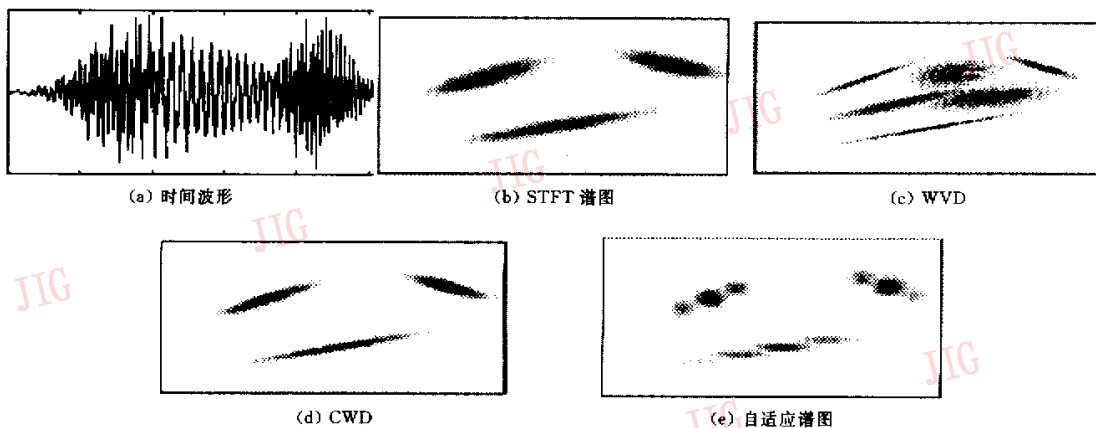


图 2 三个线性调频信号的各种时频分布

3 应用与讨论

通过模拟分析可见:①对于高斯类信号,若采用

自适应谱图方法进行分析,则有较好的时频分辨率且无交叉项干扰,但计算复杂,若采用 STFT 或 CWD 方法,则虽然时频分辨率不高,但计算相对简单;②对于线性和非线性调频类信号,则采用

STFT、WVD 方法都有较好的时频分辨率,且计算简单,若采用 CWD 则计算复杂,而采用其它方法对此类信号的分析效果都不理想;③对于跳频信号,若采用自适应方法进行分析,则时频分辨率较高,且无交叉干扰,若采用 CWD 方法,分辨率也较高,虽然有交叉项,但干扰不严重;④对于脉冲类信号,若采用自适应谱图进行分析,则有较理想的时频分辨率。

综上所述,在对实际的信号进行时频分析时,宜针对信号的先验知识,对不同的信号采用不同时频分析方法,以取得对时频分辨率的均衡,并尽可能抑制交叉项的干扰。

时频分析方法也广泛应用于图象分析和处理领域。目前,在图象处理中主要应用 STFT 和自适应谱图对雷达成像进行的处理^[4,5],应用 Gabor 变换和 WVD 进行图象分析和处理^[6,7]。而时频分析方法用于图象处理虽然计算较为复杂,但是它们具有能够从时域和频域同时准确分析图象局部特征的优点,而且具有较高的分辨率,因而对于图象的分析和综合是有益的。另外,因为随机噪声的能量在时频平面上均匀散布,而由于时频分布具有较好的能量汇聚性能,因而能够很好的抑制图象背景噪声。作为时频分析方法之一,小波变换被认为是图象处理的有力工具,它已经在图象处理中得到了广泛的应用。

参 考 文 献

- 1 Shie Qian, Dapang Chen. Joint time-frequency analysis-methods and applications. New Jersey, USA:Prentice Hall, 1996.
- 2 Cohen L. Time-frequency distribution-a review. Proc. of IEEE, 1989,77(7):941~981.
- 3 Chen V. Application of time-frequency processing to Radar imaging. Optical Engineering, 1997,36(4):1152~1161.
- 4 Trintinalia L, Ling H. Joint time-frequency ISAR using adaptive processing. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1997, 45(2):221~227.
- 5 Jacobson L D, Wechsler H. The wigner distribution and its usefulness for 2-D image processing. In:Proc. 6th Int. Conf. on Pattern Recognition, Munich, Germany, Oct. 1982:19~22.
- 6 Daugman J G. Complete discrete 2-D gabor transformations by neural networks for image analysis and compression. IEEE Trans. on ASSP, 1988,36(7):1169~1179.

王 1962年生,现为上海大学自动化系工程师。1989年毕业于上海机械学院,曾获机械工业部科技进步奖,发表论文数篇。目前主要研究领域为数字信号处理、测量与控制。

马世伟 1965年生,1991年获兰州大学电信系硕士学位,现为上海大学自动化系博士生。研究方向为信号处理,已发表论文10余篇。

邓家梅 1967年生,现为上海大学自动化系副教授,1988年毕业于华中理工大学自动控制系,1991年获上海机械学院硕士学位,1999年获博士学位。长期从事数字信号处理及信道编码方面的教学与科研工作,发表论文近20篇,专著1本。

曹家麟 1948年生,上海大学自动化系教授,博士生导师。长期从事数字信号处理及测试技术的科研与教学工作,已发表论文数十篇。